浅谈因式分解运算能力的培养

因式分解是一种重要的代数恒等变形，它在中学数学教学中，有其特殊的地位．这不仅因为多项式的因式分解是与整式乘法中单项式乘以多项式、多项式乘以多项式运算的相反过程的恒等变形，还因为因式分解对于分式的约分、通分、分式的加减乘除运算是不可缺少的．在根式运算与化简、解方程、三角函数的恒等变形中也经常用到．因此，因式分解在数式的恒等变形中具有十分重要的地位．

从能力培养角度来看，由于因式分解不象整式乘法那样可按法则直接计算，而是根据所给的多项式的特点具体分析，进行试探或转化才能解决．有的题目解法还不止一种，因此因式分解的学习不仅是复习、巩固整式运算知识的极好段落，也是培养分析问题能力及逻辑思维能力的良机．学好因式分解这内容，不仅能够激发学生学习数学的兴趣，而且能为今后学习打下坚实的基础．本文就培养因式分解的运算能力，谈点肤浅的体会．

一、讲清概念教学，也止运算错误

中学数学教学大纲指出："要使学生学好基础知识和掌握基本技能，首先要使学生正确理解数学概念．"因此因式分解概念的讲授是因式分解整个内容教学的关键．什么叫因式分解？因式分解就是把一个多项式化成几个整式的积的形式．在教学中紧紧抓住多项式的因式分解是整式乘法中单项式乘以多项式、多项式乘以多项式的逆向恒等变形，而且无论整式乘法还是多项式的因式分解都是整式的恒等变形．从这种意义上看，多项多的因式分解只不过是将和差形式转化为乘积形式而已．例如：$(a+b)(a-b)$化为a^2-b^2是整式乘法；把a^2-b^2化为$(a+b)(a-b)$是因式分解．这就是说：

$$(a+b)(a-b)\ \underset{\text{因式分解}}{\overset{\text{整式乘法}}{\rightleftarrows}}\ a^2-b^2$$

学生掌握了因式分解的概念，就可以预防下列两类错误：

a. 分解因式：

$$x^2-4+3x=(x+2)(x-2)+3x$$

（结果未表示为乘积形式，仍然为和差形式．）

b. 分解因式

$$a^2-2ab+b^2=(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$$

（分解后又乘开，不知道自己究竟在做整式乘法还是进行因式分解．）

二、加强"逆向思维"，提高运算能力

由于因式分解与整式乘法有着密切的关系，因此因式分解能力的高低往往决定于整式乘法能力的强弱．因此在讲整式乘法复习时，有针对性地让学生完成下列各类练习：

1．填空：

(1) $()^2=x^6$；

(2) $(-)^2=9x^4$；

(3)($)^2=\frac{16}{9}x^2y^4$;

(4)($)^3=-\frac{1}{8}x^6y^3$;

2．填空：

(1) $-2x$ ( ) $=-4x^3+6x^2-8x$；

(2) x^2 ( ) $=x^4-3x^3-2x^2$；

(3) x^{n+1} ( ) $=x^{2n}+2x^{n+1}$.

3．填空：

(1) $(x+2)$ ( ) $=x^2-x-6$；

(2) $(-1)(x+)=x^2+x-2$；

(3) $(2x+3)$ ( ) $=6x^2+5x-6$.

4．填空

(1) $(+5)(2x-)=4x^2-25$；

(2) ($)^2=x^2+6x+9$；

(3) $(x+)^2=$ ( ) $+8x+$ ( )；

(4) $(x+3)$ ( ) $=x^2+27$.

通过上述逆向思维习题的训练，使学生对整式的乘法的认识有一定的基础．在讲到因式分解时，再让学生将后三类练习，从右端多项式分解因式，学生就会感觉因式分解并不难学．教学实践证明，逆向思维能力较强的学生因式分解的能力较高，因此在教学中要加强逆向思维的训练，培养学生思维的敏捷性，提高学生的因式分解能力．

三、培养分析、转化能力，开拓思路，寻求多种解法

因式分解的三种基本方法：提取公因式法、公式法、二次三项式的十字相乘法．对于一般学生来说，只要因式分解的概念清楚，三种基本方法不难初步掌握．但是一进入分组分解和综合使用各种方法时，学生的差距就增大，其原因：不善于分析和不会转化．因为分组分解法必须预见下一步分解的可能性，即分组后有新的公因式产生及分组后能运用公式．

例如课本上一习题：分解 x^3-x^2+x-1 的因式时可采用的分组方法共有[]

A．1 种 B．2 种 C．3 种 D．4 种

几乎所有同学都选择 C，认为只有两项两项分组有三种方法．这时老师提示，能否后三项一组，经过大家讨论、分析，终于有同学总结出第四种分解法．即：

x^2-x^2+x-1

$=x^3-(x^2-x+1)$

$=x^3-x-(x^2-2x+1)$

$=x(x+1)(x-1)-(x-1)^2$

$=(x-1)(x^2+1)$

在同学的思考、交流、讨论中全体学生学习积极性得到了发挥，对因式分解产生兴趣，对学习增强了信心，无形中培养了学生的求异思维和创造思维的能力，又如分解因式 $x^2-2ax-b^2+2ab$,

要求同学运用多种方法分解，大多数同学经审题后，采用一、三和二、四分组，即：

$x^2-2ax-b^2+2ab$

$=(x^2-b^2)-(2ax-2ab)$

$=(x+b)(x-b)-2a(x-b)$

$=(x-b)(x-2a+b)$

再分析研究可得

$x^2-2ax+a^2-b^2+2ab-a^2$

$=(x-a)^2-(a-b)^2$

$=(x-a+a-b)(x-a-a+b)$

$=(x-b)(x-2a+b)$